



Artículo de investigación:

Solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden aplicando derivadas sucesivas.

Particular solution of a second-order non-homogeneous Cauchy-Euler ordinary differential equation by applying successive derivatives.

Autores:

Edwin Ramón Cevallos Ayón
Universidad Estatal de Milagro
Milagro - Ecuador
ecevallosa@unemi.edu.ec

<https://orcid.org/0000-0002-3337-2009>

Nicolle Michelle Cevallos Andagoya
Universidad Estatal de Milagro
Milagro - Ecuador
ncevallosa3@unemi.edu.ec

<https://orcid.org/0009-0004-3814-5798>

Autor de Correspondencia: Edwin Ramón Cevallos Ayón, ecevallosa@unemi.edu.ec

Reception dates: 01- Nov. -2025 **Acceptance:** 10- Nov. -2025 **Published:** 13- Nov. -2025

Como citar este artículo:

Cevallos Ayón, E. R., & Cevallos Andagoya, N. M. (2025). Solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden aplicando derivadas sucesivas. Conexión Científica Revista Internacional, 2(6), 1-17.
<https://doi.org/10.71068/361snk50>





Resumen

Para encontrar la solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no **homogénea** de segundo orden de la forma $x^2y'' + xy' = f(x)$, se deriva en forma consecutiva dos veces la parte no homogénea $f(x) = ax^n$, donde a es una constante arbitraria y n es la potencia de la variable de la función algebraica, las derivadas obtenidas se reemplazan en la parte homogénea de la ecuación diferencial, aplicando algebra elemental se obtendrá el valor de la constante que al reemplazar en la función $f(x)$ se obtiene la solución particular que es exactamente igual a la obtenida aplicando los métodos de variación de parámetros, cambio de variable, software matemático, etc.

Palabras clave: Cauchy Euler, ecuación diferencial, variación de parámetro, cambio variable, derivadas.

Abstract

To find the particular solution of a second-order non-homogeneous Cauchy-Euler ordinary differential equation of the form $x^2y'' + xy' = f(x)$, , the non-homogeneous part $f(x) = ax^n$ is differentiated twice consecutively, where a is an arbitrary constant and n is the power of the variable of the algebraic function. The derivatives obtained are then substituted into the homogeneous part of the differential equation. By applying elementary algebra, the value of the constant is obtained, which, when substituted into the function $f(x)$, yields the particular solution, which is exactly the same as that obtained by applying methods of variation of parameters, change of variable, mathematical software, etc.

Keywords: Cauchy-Euler, differential equation, parameter variation, variable change, derivatives.



1. INTRODUCCIÓN

Los métodos más comunes utilizados para resolver las ecuaciones diferenciales ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden son el método de variación de parámetros, cambio a coeficientes constantes (Zill, 2009), o la utilización de software matemáticos (Symbolab, Derive, Wolfram, Matlab, etc.)

En el presente trabajo de investigación matemática las raíces obtenidas en forma algebraica de la parte homogénea de la ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler de segundo orden serán siempre raíces reales distintas o repetidas, (Cevallos Ayón, E. R., 2025).

La solución particular obtenida al resolver las ecuaciones diferenciales ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden derivando en forma consecutiva dos veces la parte no homogénea son exactamente igual a la que se obtiene aplicando el método de variación de parámetros, cambio de variable (Cevallos Ayón, E. R., 2025), o la aplicación de un software matemático.

La solución particular obtenida al aplicar el método descrito en el párrafo anterior reemplaza el método común de variación de parámetros el cual utiliza sistemas de ecuaciones, matrices, cálculo de determinantes, integrales indefinidas, etc.

Marco teórico

En calidad de Docente Universitario durante muchos años he observado el problema que tienen los estudiantes de las carreras de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Estatal de Milagro, al utilizar el método de variación de parámetros, para obtener la solución particular de las ecuaciones diferenciales de segundo orden de Cauchy Euler no homogéneas, por la aplicación de sistemas de ecuaciones, matrices, cálculo determinantes, integrales indefinidas, cuyas respuestas se reemplazan en la solución homogénea y recién obtener la solución particular (Ferrer, 2018).



La forma de encontrar la solución de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler de segundo orden no homogénea recomendadas por los autores de los libros es que la obtengan utilizando el método de variación de parámetro la misma que pueda expresarse en términos de: potencia de x , senos, cosenos y funciones logarítmicas (Zill, 2009).

Si la ecuación diferencial de Cauchy-Euler es no homogénea, se puede utilizar el método de variación de parámetros para encontrar una solución particular, resolviendo la ecuación homogénea asociada después se encuentra una solución particular aplicando sistemas de ecuaciones, matrices, cálculo de determinantes, integrales indefinidas (DiPrima & Boyce, 2004).

El presente método utilizado para obtener la solución particular de las ecuaciones diferenciales ordinarias de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden, es otra alternativa de solución al de cambio de variable descrito en el artículo científico “solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden aplicando el método ECA” y publicado en la Revista Social Fronteriza, y se utilizarán los mismos ejercicios descritos por el autor (Cevallos Ayon, E. R., 2025).

2. METODOLOGÍA

Formulación matemática

La solución homogénea y_c se la obtendrá siguiendo la forma tradicional aplicando el criterio de Cauchy Euler y la solución particular y_p se la obtendrá derivando en forma consecutiva dos veces la parte no homogénea $y_p = Ax^n$ la cual se reemplazará en la ecuación diferencial ordinaria Cauchy Euler de segundo orden no homogénea de la forma $x^2y'' + xy' = f(x)$, y aplicando algebra elemental se obtendrá la solución particular.

Ejercicios:

1.- $x^2y'' - 2xy' = 8x^4$

EDO Cauchy Euler no homogénea



Solución homogénea (y_c)

$$x^2 y'' - 2xy' = 0$$

$$[r(r-1) - 2r]_y$$

$$r = 0 \text{ y } r = 3$$

$$y = C_1 + C_2 e^{3t}$$

$$t = \ln x$$

$$y_c = C_1 + C_2 x^3$$

EDO Cauchy Euler homogénea

Ecuación auxiliar

Raíces reales distintas

Solución homogénea en términos de t

Criterio Cauchy Euler

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - Método variación de parámetros

$$w = \begin{bmatrix} 1 & x^3 \\ 0 & 3x^2 \end{bmatrix} = 3x^2$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & x^3 \\ 8x^2 & 3x^2 \end{bmatrix} = -8x^5$$

Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8x^2 \end{bmatrix} = 8x^2$$

Cálculo determinante (w_2)

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx$$

$$C_1 = \int -\frac{8x^3}{3} dx = -\frac{2x^4}{3}$$

Cálculo integral (C_1)

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx$$

$$C_2 = \int \frac{8}{3} dx = \frac{8x}{3}$$

Cálculo integral (C_2)

$$y_c = C_1 + C_2 x^3$$

Solución homogénea

$$y_p = -\frac{2x^4}{3} + \frac{8x^4}{3} = 2x^4$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método ECA

$$x^2 y'' - 2xy' = 8x^4$$

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y'' - \frac{2y'}{x} = 8x^2$$

División para x^2

$$\theta = y' \quad \theta' = y''$$

Cambios de variables

$$\theta' - \frac{2\theta}{x} = 8x^2$$

Ecuación diferencial lineal

$$v = -\int \frac{2}{x} dx = -\ln x^2$$

Cálculo integral (v)



$$h(x) = e^{-\ln x^2} = \frac{1}{x^2}$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$\frac{1}{x^2} \cdot y' = \int \frac{1}{x^2} \cdot 8x^2 dx$$

$$\frac{1}{x^2} \cdot y' = \int 8 dx$$

Cálculo integral $\frac{1}{x^2} \cdot y'$

$$\frac{y'}{x^2} = 8x \quad y' = 8x^3$$

Solución lineal

$$y_p = \int y' dx$$

Integral de solución lineal

$$y_p = \int 8x^3 dx = 2x^4$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método derivadas

$$x^2 y'' - 2xy' = 8x^4$$

EDO Cauchy Euler no homogénea (1)

$$y = ax^4$$

Ecuación auxiliar

$$y' = 4ax^3$$

Primera derivada

$$y'' = 12ax^2$$

Segunda derivada

$$12ax^4 - 8ax^4 = 8x^4$$

Reemplazo (1)

$$a = 2$$

Algebra

$$y_p = 2x^4$$

Solución particular

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)

$$x^2 y'' - 2xy' = 8x^4$$

Solución

$$y = c_1 x^3 + c_2 + 2x^4$$

$$2.- \quad x^2 y'' + 2xy' = 12x^3$$

EDO Cauchy Euler no homogénea



Solución homogénea (y_c)

$$x^2 y'' + 2xy' = 0$$

EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1) + 2r]_y$$

Ecuación auxiliar

$$r = 0 \text{ y } r = -1$$

Raíces reales distintas

$$y = C_1 + C_2 e^{-t}$$

Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$

Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2 \frac{1}{x}$$

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - Método variación de parámetros

$$w = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{x} \\ 0 & -\frac{1}{x^2} \end{bmatrix} = -\frac{1}{x^2}$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{x} \\ 12x & -\frac{1}{x^2} \end{bmatrix} = -12$$

Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 12x \end{bmatrix} = 12x$$

Cálculo determinante (w_2)

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx$$

$$C_1 = \int 12x^2 dx = 4x^3 \text{ Cálculo integral } (C_1)$$

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx$$

$$C_2 = \int -12x^3 dx = -3x^4 \text{ Cálculo integral } (C_2)$$

$$y_c = C_1 + C_2 \frac{1}{x}$$

Solución homogénea

$$y_p = 4x^3 - 3x^3 = x^3$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método ECA

$$x^2 y'' + 2xy' = 12x^3$$

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y'' + \frac{2y'}{x} = 12x$$

División para x^2



$$\theta = y' \quad \theta' = y''$$

Cambios de variables

$$\theta' + \frac{2\theta}{x} = 12x$$

Ecuación diferencial lineal

$$v = \int \frac{2}{x} dx = \ln x^2$$

Cálculo integral (v)

$$h(x) = e^{\ln x^2} = x^2$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$x^2 \cdot y' = \int x^2 \cdot 12x dx$$

$$x^2 \cdot y' = \int 12x^3 dx$$

Cálculo integral $x^2 \cdot y'$

$$x^2 y' = 3x^4 \quad y' = 3x^2$$

Solución lineal

$$y_p = \int y' dx$$

Integral de solución lineal

$$y_p = \int 3x^2 dx = x^3$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método derivadas

$$x^2 y'' + 2xy' = 12x^3$$

EDO Cauchy Euler no homogénea (1)

$$y = ax^3$$

Ecuación auxiliar

$$y' = 3ax^2$$

Primera derivada

$$y'' = 6ax$$

Segunda derivada

$$6ax^3 + 6ax^3 = 12x^3$$

Reemplazo (1)

$$a = 1$$

Algebra

$$y_p = x^3$$

Solución particular

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)



$$x^2 y'' + 2xy' = 12x^3$$

Solución

$$y = c_1 + \frac{c_2}{x} + x^3$$

$$3.- \quad x^2 y'' - xy' = 8x^4$$

EDO Cauchy Euler no homogénea

Solución homogénea (y_c)

$$x^2 y'' - xy' = 0$$

EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1) - r]_y$$

Ecuación auxiliar

$$r = 0 \text{ y } r = 2$$

Raíces reales distintas

$$y = C_1 + C_2 e^{2t}$$

Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$

Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2 \cdot x^2$$

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - Método variación de parámetros

$$w = \begin{bmatrix} 1 & x^2 \\ 0 & 2x \end{bmatrix} = 2x$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & x^2 \\ 8x^2 & 2x \end{bmatrix} = -8x^4$$

Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8x^2 \end{bmatrix} = 8x^2$$

Cálculo determinante (w_2)

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx$$

$$C_1 = \int -4x^3 dx = -x^4$$

Cálculo integral (C_1)

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx$$

$$C_2 = \int 4x dx = 2x^2$$

Cálculo integral (C_2)

$$y_c = C_1 + C_2 \cdot x^2$$

Solución homogénea

$$y_p = -x^4 + 2x^4 = x^4$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método ECA



$$x^2 y'' - xy' = 8x^4$$

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y'' - \frac{y'}{x} = 8x^2$$

División para x^2

$$\theta = y' \quad \theta' = y''$$

Cambios de variables

$$\theta' - \frac{\theta}{x} = 8x^2$$

Ecuación diferencial lineal

$$v = \int -\frac{1}{x} dx = -\ln x$$

Cálculo integral (v)

$$h(x) = e^{-\ln x} = \frac{1}{x}$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$\frac{1}{x} \cdot y' = \int \frac{1}{x} \cdot 8x^2 dx$$

$$\frac{1}{x} \cdot y' = \int 8x dx$$

Cálculo integral $\frac{1}{x} \cdot y'$

$$\frac{1}{x} y' = 4x^2 \quad y' = 4x^3$$

Solución lineal

$$y_p = \int y' dx$$

Integral de solución lineal

$$y_p = \int 4x^3 dx = x^4$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método derivadas

$$x^2 y'' - xy' = 8x^4$$

EDO Cauchy Euler no homogénea (1)

$$y = ax^4$$

Ecuación auxiliar

$$y' = 4ax^3$$

Primera derivada

$$y'' = 12ax^2$$

Segunda derivada

$$12ax^4 - 4ax^4 = 8x^4$$

Reemplazo (1)

$$a = 1$$

Algebra



$$y_p = x^4$$

Solución particular

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)

$$x^2 y'' - xy' = 8x^4$$

Solución

$$y = c_1 x^2 + c_2 + x^4$$

4.- $x^2 y'' + 2xy' = 4x$

EDO Cauchy Euler no homogénea

Solución homogénea (y_c)

$$x^2 y'' + 2xy' = 0$$

EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1) + 2r]_y$$

Ecuación auxiliar

$$r = 0 \text{ y } r = -1$$

Raíces reales distintas

$$y = C_1 + C_2 e^{-t}$$

Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$

Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2 \frac{1}{x}$$

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - Método variación de parámetros

$$w = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{x} \\ 0 & -\frac{1}{x^2} \end{bmatrix} = -\frac{1}{x^2}$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{x} \\ \frac{4}{x} & -\frac{1}{x^2} \end{bmatrix} = -\frac{4}{x^2}$$

Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{4}{x} \end{bmatrix} = \frac{4}{x}$$

Cálculo determinante (w_2)

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx$$

$$C_1 = \int 4 dx = 4x$$

Cálculo integral (C_1)



$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx$$

$$C_2 = \int -4x dx = -2x^2$$

Cálculo integral (C_2)

$$y_c = C_1 + C_2 \frac{1}{x}$$

Solución homogénea

$$y_p = 4x - 2x = 2x$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método ECA

$$x^2 y'' + 2xy' = 4x$$

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y'' + \frac{2y'}{x} = \frac{4}{x}$$

División para x^2

$$\theta = y' \quad \theta' = y''$$

Cambios de variables

$$\theta' + \frac{2\theta}{x} = \frac{4}{x}$$

Ecuación diferencial lineal

$$v = \int \frac{2}{x} dx = \ln x^2$$

Cálculo integral (v)

$$h(x) = e^{\ln x^2} = x^2$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$x^2 \cdot y' = \int x^2 \cdot \frac{4}{x} dx$$

$$x^2 \cdot y' = \int 4x dx$$

Cálculo integral $x^2 \cdot y'$

$$x^2 y' = 2x^2 \quad y' = 2$$

Solución lineal

$$y_p = \int y' dx$$

Integral de solución lineal

$$y_p = \int 2 dx = 2x$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método derivadas

$$x^2 y'' + 2xy' = 4x$$

EDO Cauchy Euler no homogénea (1)

$$y = ax$$

Ecuación auxiliar

$$y' = a$$

Primera derivada



$$y'' = 0$$
 Segunda derivada

$$2ax = 4x$$
 Reemplazo (1)

$$a = 2$$
 Algebra

$$y_p = 2x$$
 Solución particular

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)

$$x^2 y'' + 2xy' = 4x$$

Solución

$$y = c_1 + \frac{c_2}{x} + 2x$$

$$5.- x^2 y'' - xy' = 8/x^2$$

EDO Cauchy Euler no homogénea

Solución homogénea (y_c)

$$x^2 y'' - xy' = 0$$
 EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1) - r]_y$$
 Ecuación auxiliar

$$r = 0 \text{ y } r = 2$$
 Raíces reales distintas

$$y = C_1 + C_2 e^{2t}$$
 Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$
 Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2 \cdot x^2$$
 Solución homogénea

Solución particular (y_p) - Método variación de parámetros

$$w = \begin{bmatrix} 1 & x^2 \\ 0 & 2x \end{bmatrix} = 2x$$
 Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & x^2 \\ 8/x^4 & 2x \end{bmatrix} = -8/x^2$$
 Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8/x^4 \end{bmatrix} = 8/x^4$$
 Cálculo determinante (w_2)



$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx$$

$$C_1 = \int -4/x^3 dx = 2/x^2$$

Cálculo integral (C_1)

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx$$

$$C_2 = \int 4/x^5 dx = -1/x^4$$

Cálculo integral (C_2)

$$y_c = C_1 + C_2 \cdot x^2$$

Solución homogénea

$$y_p = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2}$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método ECA

$$x^2 y'' - xy' = \frac{8}{x^2}$$

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y'' - \frac{y'}{x} = \frac{8}{x^4}$$

División para x^2

$$\theta = y' \quad \theta' = y''$$

Cambios de variables

$$\theta' - \frac{\theta}{x} = \frac{8}{x^4}$$

Ecuación diferencial lineal

$$v = \int -\frac{1}{x} dx = -\ln x$$

Cálculo integral (v)

$$h(x) = e^{-\ln x} = \frac{1}{x}$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$\frac{1}{x} \cdot y' = \int \frac{1}{x} \cdot \frac{8}{x^4} dx$$

$$\frac{1}{x} \cdot y' = \int \frac{8}{x^5} dx$$

Cálculo integral $\frac{1}{x} \cdot y'$

$$\frac{1}{x} y' = -\frac{2}{x^4} \quad y' = -\frac{2}{x^3}$$

Solución lineal

$$y_p = \int y' dx$$

Integral de solución lineal

$$y_p = \int -\frac{2}{x^3} dx = \frac{1}{x^2}$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método derivadas



$$x^2 y'' - xy' = \frac{8}{x^2}$$

EDO Cauchy Euler no homogénea (1)

$$y = \frac{a}{x^2}$$

Ecuación auxiliar

$$y' = \frac{-2a}{x^3}$$

Primera derivada

$$y'' = \frac{6a}{x^4}$$

Segunda derivada

$$\frac{6a}{x^2} + \frac{2a}{x^2} = \frac{8}{x^2}$$

Reemplazo (1)

$$a = 1$$

Algebra

$$y_p = \frac{1}{x^2}$$

Solución particular

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)

$$x^2 y'' - xy' = \frac{8}{x^2}$$

Solución

$$y = c_1 x^2 + c_2 + \frac{1}{x^2}$$

6.- $x^2 y'' + xy' = 9x^3$

EDO Cauchy Euler no homogénea

Solución homogénea (y_c)

$$x^2 y'' + xy' = 0$$

EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1) + r]_y$$

Ecuación auxiliar

$$r = 0 \text{ y } r = 0$$

Raíces reales iguales

$$y = C_1 + C_2 \cdot t$$

Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$

Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2 \cdot \ln x$$

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - Método variación de parámetros



$$w = \begin{bmatrix} 1 & \ln x \\ 0 & 1/x \end{bmatrix} = 1/x$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & \ln x \\ 9x & 1/x \end{bmatrix} = -9x \ln x$$

Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 9x \end{bmatrix} = 9x$$

Cálculo determinante (w_2)

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx \quad C_1 = \int -9x^2 \ln x dx = -3x^3 \ln x + x^3$$

Cálculo integral (C_1)

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx \quad C_2 = \int 9x^2 dx = 3x^3$$

Cálculo integral (C_2)

$$y_c = C_1 + C_2 \cdot \ln x$$

Solución homogénea

$$y_p = -3x^3 \ln x + x^3 + 3x^3 \ln x = x^3$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método ECA

$$x^2 y'' + xy' = 9x^3$$

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y'' + \frac{y'}{x} = 9x$$

División para x^2

$$\theta = y' \quad \theta' = y''$$

Cambios de variables

$$\theta' + \frac{\theta}{x} = 9x$$

Ecuación diferencial lineal

$$v = \int \frac{1}{x} dx = \ln x$$

Cálculo integral (v)

$$h(x) = e^{\ln x} = x$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$x \cdot y' = \int x \cdot 9x dx$$

$$x \cdot y' = \int 9x^2 dx$$

Cálculo integral $x \cdot y'$

$$x \cdot y' = 3x^3 \quad y' = 3x^2$$

Solución lineal

$$y_p = \int y' dx$$

Integral de solución lineal



$$y_p = \int 3x^2 dx = x^3 \quad \text{Solución particular}$$

Solución particular (y_p) - Método derivadas

$$x^2 y'' + xy' = 9x^3 \quad \text{EDO Cauchy Euler no homogénea (1)}$$

$$y = ax^3 \quad \text{Ecuación auxiliar}$$

$$y' = 3ax^2 \quad \text{Primera derivada}$$

$$y'' = 6ax \quad \text{Segunda derivada}$$

$$6ax^3 + 3ax^3 = 9x^3 \quad \text{Reemplazo (1)}$$

$$a = 1 \quad \text{Algebra}$$

$$y_p = x^3 \quad \text{Solución particular}$$

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)

$$x^2 y'' + xy' = 9x^3$$

Solución

$$y = c_1 + c_2 \ln(x) + x^3$$

3. CONCLUSIÓN

El resultado obtenido para resolver ecuaciones diferenciales Cauchy Euler segundo orden no homogénea aplicando el método de derivadas sucesivas es exactamente igual si se aplica el método tradicional de variación de parámetros, cambio de variable (Cevallos Ayon, E. R., 2025) o los obtenidos por los softwares matemáticos.

En forma análoga se puede obtener la solución particular de una ecuación diferencial ordinaria Cauchy Euler no homogénea tercer orden $x^3 y''' + x^2 y'' = f(x)$, aplicando derivadas sucesivas.



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cevallos Ayon, E. R. (2025). Solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden aplicando el método ECA.
[https://doi.org/10.59814/resofro.2025.5\(2\)657](https://doi.org/10.59814/resofro.2025.5(2)657)

DiPrima, R. C., & Boyce, W. E. (2004). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems.
<https://www.imsc.res.in/~pralay/diprima.pdf>

Ferrer, D. D. M. (2018). Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y sus Aplicaciones.

Zill, D. G. (2009). A first course in differential equations with modeling applications (9th ed). Brooks/Cole, Cengage Learning.

Conflicto de Intereses: Los autores afirman que no existen conflictos de intereses en este estudio y que se han seguido éticamente los procesos establecidos por esta revista. Además, aseguran que este trabajo no ha sido publicado parcial ni totalmente en ninguna otra revista.

© 2025; Los autores. Este es un artículo en acceso abierto, distribuido bajo los términos de una licencia Creative Commons (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>) que permite el uso, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre que la obra original sea correctamente citada.

