Conexión Científica Revista Internacional

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

CAS-CCRI-Vol.3. N.6. 002. 2026

Artículo de investigación:

Solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de tercer orden aplicando derivadas sucesivas.

Particular solution of a third-order non-homogeneous Cauchy-Euler ordinary differential equation by applying successive derivatives.

Autores:

Edwin Ramon Cevallos Ayon
Universidad Estatal de Milagro
Milagro-Ecuador
ecevallosa@unemi.edu.ec
https://orcid.org/0000-0002-3337-2009

Nicolle Michelle Cevallos Andagoya
Universidad Estatal de Milagro
Milagro-Ecuador
ncevallosa3@unemi.edu.ec
https://orcid.org/0009-0004-3814-5798

Autor de Correspondencia: *Edwin Ramon Cevallos Ayon* ecevallosa@unemi.edu.ec

Reception dates: *25- octubre-2026 Acceptance: 18- noviembre -2026* ***Published:*** *20- noviembre -2026*

Como citar este artículo:

Cevallos Ayon, E. R., & Cevallos Andagoya, N. M. (2026). Solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de tercer orden aplicando derivadas sucesivas. *Conexión Científica Revista Internacional*, *3*(6), 1-15. https://doi.org/10.71068/ygnp7p23
https://sapiensjournal.ec/index.php/ccri/article/view/808/version/799

CC BY

Conexión Científica Revista Internacional

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

RESUMEN

Para encontrar la solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de tercer orden de la forma $x^3y''' + x^2y'' = f(x)$, se deriva en forma consecutiva tres veces la parte no homogénea, utilizando la función $f(x) = ax^n$, donde "a" es una constante arbitraria y n es la potencia de la variable de la función algebraica, las tres derivadas obtenidas se reemplazan en la parte homogénea de la ecuación diferencial de tercer orden, y aplicando algebra elemental se obtendrá el valor de la constante arbitraria "a" que al reemplazar en la función $f(x)$ se obtiene la solución particular que es exactamente igual a la obtenida aplicando los métodos de variación de parámetros, cambio de variable, software matemático, etc.

Palabras clave: Cauchy Euler, ecuación diferencial, tercer orden, variación de parámetro, cambio variable, derivadas sucesivas.

ABSTRACT

To find the particular solution of a third-order nonhomogeneous Cauchy-Euler ordinary differential equation of the form $x^3y''' + x^2y'' = f(x)$, the nonhomogeneous part is differentiated three times consecutively using the function $f(x) = ax^n$, where "a" is an arbitrary constant and n is the power of the variable of the algebraic function. The three derivatives obtained are then substituted into the homogeneous part of the third-order differential equation, and by applying elementary algebra, the value of the arbitrary constant "a" is obtained. Substituting this value into the function $f(x)$ yields the particular solution, which is exactly the same as that obtained by applying methods of parameter variation, change of variable, mathematical software, etc.

Keywords: Cauchy-Euler, differential equation, third order, variation of parameter, change of variable, successive derivatives.

.

1. INTRODUCCIÓN

Los métodos más comunes utilizados para resolver las ecuaciones diferenciales ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de orden superior son el método de variación de parámetros, cambio a coeficientes constantes (Zill, 2009), o la utilización de software matemáticos (Symbolab, Derive, Wolfram, Matlab, etc.).

En el presente trabajo de investigación matemática sobre ecuaciones diferenciales de Cauchy Euler de tercer orden, las raíces obtenidas en forma algebraica de la parte homogénea de la ecuación diferencial ordinaria, serán siempre raíces reales distintas o repetidas, (Cevallos Ayón, E. R., 2025).

La solución particular obtenida al resolver las ecuaciones diferenciales ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden derivando en forma consecutiva dos veces la parte no homogénea son exactamente igual a la que se obtiene aplicando el método de

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

variación de parámetros, cambio de variable (Cevallos Ayón, E. R., 2025), o la aplicación de un software matemático.

La solución particular obtenida al aplicar el método descrito en el párrafo anterior reemplaza el método común de variación de parámetros el cual utiliza sistemas de ecuaciones, matrices, cálculo de determinantes, integrales indefinidas, etc.

Marco teórico

En calidad de Docente Universitario durante muchos años he observado el problema que tienen los estudiantes de las carreras de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Estatal de Milagro, al utilizar el método de variación de parámetros, para obtener la solución particular de las ecuaciones diferenciales de tercer orden de Cauchy Euler no homogéneas, por la aplicación de sistemas de ecuaciones, matrices, cálculo determinantes, integrales indefinidas, cuyas respuestas se reemplazan en la solución homogénea y recién obtener la solución particular (Ferrer, 2018).

La forma de encontrar la solución de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler de tercer orden no homogénea recomendadas por los autores de los libros es que la obtengan utilizando el método de variación de parámetro la misma que pueda expresarse en términos de: potencia de x, senos, cosenos y funciones logarítmicas (Zill, 2009).

Si la ecuación diferencial de Cauchy-Euler es no homogénea, se puede utilizar el método de variación de parámetros para encontrar una solución particular, resolviendo la ecuación homogénea asociada después se encuentra una solución particular aplicando sistemas de ecuaciones, matrices, cálculo de determinantes, integrales indefinidas (DiPrima & Boyce, 2004).

El presente método utilizado para obtener la solución particular de las ecuaciones diferenciales ordinarias de Cauchy-Euler no homogéneas de tercer orden es análogo al procedimiento descrito mediante derivadas sucesivas para ecuaciones de segundo orden (Cevallos Ayón y Cevallos Andagoya, 2025).

2. METODOLOGÍA

Formulación matemática

La solución homogénea y_c se la obtendrá siguiendo la forma tradicional aplicando el criterio de Cauchy Euler y la solución particular y_p se la obtendrá aplicando el criterio ECA el cual indica que hay que derivar en forma consecutiva tres veces la parte no homogénea $y_p = Ax^n$ la cual se reemplazará en la ecuación diferencial ordinaria Cauchy Euler de tercer orden no homogénea de la forma $x^3y''' + x^2y'' = f(x)$, y aplicando algebra elemental se obtendrá la solución particular y_p

Ejercicios de aplicación:

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

CC BY

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

1.-	$x^3y''' + 3x^2y'' = 6x^2$	EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden

Solución homogénea $(\boldsymbol{y_c})$

$x^3y''' + 3x^2y'' = 0$	EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden
$[r(r-1)(r-2) + 3r(r-1)]_y$	Ecuación auxiliar en términos de $\boldsymbol{y}$
$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = -1$	Raíces reales distintas (tres)
$y = C_1 + C_2e^t + C_2e^{-t}$	Solución homogénea en términos de t
$t = lnx$	Criterio Cauchy Euler
$y_c = C_1 + C_2x + C_3\frac{1}{x}$	Solución homogénea $(\boldsymbol{y_c})$

Solución no homogénea $(\boldsymbol{y_p})$

$x^3y''' + 3x^2y'' = 6x^2$	Ecuación inicial
$y = ax^2$	Ecuación auxiliar
$y' = 2ax$	Primera derivada
$y'' = 2a$	Segunda derivada
$y''' = 0$	Tercera derivada
$6ax^2 = 6x^2$	Reemplazar en ecuación inicial
$a = 1$	Aplicar algebra y obtener variable a
$y_p = x^2$	Solución particular

Solución general software Symbolab $(\boldsymbol{y_g = y_c + y_p})$

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

CC BY

Conexión Científica Revista Internacional

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3\frac{1}{x} + x^2$$



2.- $x^3y''' - 3x^2y'' = 24x^4$ EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden

Solución homogénea (y_c)

$x^3y''' - 3x^2y'' = 0$ EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden

$[r(r-1)(r-2) - 3r(r-1)]_y$ Ecuación auxiliar en términos de y

$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = 5$ Raíces reales distintas (tres)

$y = C_1 + C_2e^t + C_2e^{5t}$ Solución homogénea en términos de t

$t = lnx$ Criterio Cauchy Euler

$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^5$ Solución homogénea (y_c)

Solución no homogénea (y_p)

$x^3y''' - 3x^2y'' = 24x^4$ Ecuación inicial

$y = ax^4$ Ecuación auxiliar

$y' = 4ax^3$ Primera derivada

$y'' = 12ax^2$ Segunda derivada

$y''' = 24ax$ Tercera derivada

$24ax^4 - 36ax^4 = 24x^4$ Reemplazar en ecuación inicial

$a = -2$ Aplicar algebra y obtener variable a

$y_p = -2x^4$ Solución particular

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^5 - 2x^4$$



3.- $x^3y''' + 2x^2y'' = 36x^3$ EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden

Solución homogénea (y_c)

$x^3y''' + 2x^2y'' = 0$ EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden

$[r(r-1)(r-2) + 2r(r-1)]_y$ Ecuación auxiliar en términos de y

$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = 0$ Raíces reales distintas (tres)

$y = C_1 + C_2e^t + C_2t$ Solución homogénea en términos de t

$t = lnx$ Criterio Cauchy Euler

$y_c = C_1 + C_2x + C_3lnx$ Solución homogénea (y_c)

Solución no homogénea (y_p)

$x^3y''' + 2x^2y'' = 36x^3$ Ecuación inicial

$y = ax^3$ Ecuación auxiliar

$y' = 3ax^2$ Primera derivada

$y'' = 6ax$ Segunda derivada

$y''' = 6a$ Tercera derivada

$6ax^3 + 12ax^3 = 36x^3$ Reemplazar en ecuación inicial

$a = 2$ Aplicar algebra y obtener variable a

$y_p = 2x^3$ Solución particular

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

Conexión Científica Revista Internacional

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3lnx + 2x^3$$



4.- $x^3y''' - 2x^2y'' = 24x^3$ EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden

Solución homogénea (y_c)

$x^3y''' - 2x^2y'' = 0$	EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden
$[r(r-1)(r-2) - 2r(r-1)]_y$	Ecuación auxiliar en términos de y
$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = 4$	Raíces reales distintas (tres)
$y = C_1 + C_2e^t + C_2e^{4t}$	Solución homogénea en términos de t
$t = lnx$	Criterio Cauchy Euler
$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^4$	Solución homogénea (y_c)

Solución no homogénea (y_p)

$x^3y''' - 2x^2y'' = 24x^3$	Ecuación inicial
$y = ax^3$	Ecuación auxiliar
$y' = 3ax^2$	Primera derivada
$y'' = 6ax$	Segunda derivada
$y''' = 6a$	Tercera derivada
$6ax^3 - 12ax^3 = 24x^3$	Reemplazar en ecuación inicial
$a = -4$	Aplicar algebra y obtener variable a
$y_p = -4x^3$	Solución particular

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

Conexión Científica Revista Internacional

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^4 - 4x^3$$



5.- $x^3y''' + 4x^2y'' = 16x^2$ EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden

Solución homogénea (y_c)

$x^3y''' + 4x^2y'' = 0$	EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden
$[r(r-1)(r-2) + 4r(r-1)]_y$	Ecuación auxiliar en términos de y
$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = -2$	Raíces reales distintas (tres)
$y = C_1 + C_2e^t + C_2e^{-2t}$	Solución homogénea en términos de t
$t = lnx$	Criterio Cauchy Euler
$y_c = C_1 + C_2x + C_3\frac{1}{x^2}$	Solución homogénea (y_c)

Solución no homogénea (y_p)

$x^3y''' + 4x^2y'' = 16x^2$	Ecuación inicial
$y = ax^2$	Ecuación auxiliar
$y' = 2ax$	Primera derivada
$y'' = 2a$	Segunda derivada
$y''' = 0$	Tercera derivada
$8ax^2 = 16x^2$	Reemplazar en ecuación inicial
$a = 2$	Aplicar algebra y obtener variable a
$y_p = 2x^2$	Solución particular

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

CC BY

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3\frac{1}{x^2} + 2x^2$$



6.- $x^3y''' - 4x^2y'' = 72x^4$ **EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden**

Solución homogénea (y_c)

$x^3y''' - 4x^2y'' = 0$	EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden
$[r(r-1)(r-2) - 4r(r-1)]_y$	Ecuación auxiliar en términos de y
$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = 6$	Raíces reales distintas (tres)
$y = C_1 + C_2e^t + C_2e^{6t}$	Solución homogénea en términos de t
$t = lnx$	Criterio Cauchy Euler
$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^6$	Solución homogénea (y_c)

Solución no homogénea (y_p)

$x^3y''' - 4x^2y'' = 72x^4$	Ecuación inicial
$y = ax^4$	Ecuación auxiliar
$y' = 4ax^3$	Primera derivada
$y'' = 12ax^2$	Segunda derivada
$y''' = 24ax$	Tercera derivada
$24ax^4 - 48ax^4 = 72x^4$	Reemplazar en ecuación inicial
$a = -3$	Aplicar algebra y obtener variable a

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

CC BY

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

$y_p = -3x^4$	Solución particular

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^6 - x^4$$



7.- $x^3y''' + x^2y'' = 36x^3$ **EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden**

Solución homogénea (y_c)

$x^3y''' + x^2y'' = 0$	EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden
$[r(r-1)(r-2) + r(r-1)]_y$	Ecuación auxiliar en términos de y
$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = 1$	Raíces reales distintas (tres)
$y = C_1 + C_2e^t + C_2te^t$	Solución homogénea en términos de t
$t = lnx$	Criterio Cauchy Euler
$y_c = C_1 + C_2x + C_3xlnx$	Solución homogénea (y_c)

Solución no homogénea (y_p)

$x^3y''' + x^2y'' = 36x^3$	Ecuación inicial
$y = ax^3$	Ecuación auxiliar
$y' = 3ax^2$	Primera derivada
$y'' = 6ax$	Segunda derivada
$y''' = 6a$	Tercera derivada
$6ax^3 + 6ax^3 = 36x^3$	Reemplazar en ecuación inicial
$a = 3$	Aplicar algebra y obtener variable a

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

CC BY

Conexión Científica Revista Internacional

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

$y_p = 3x^3$ Solución particular

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3xlnx + 3x^3$$



8.- $x^3y''' - x^2y'' = 12x^4$ **EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden**

Solución homogénea (y_c)

$x^3y''' - x^2y'' = 0$ EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden

$[r(r-1)(r-2) - r(r-1)]_y$ Ecuación auxiliar en términos de y

$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = 3$ Raíces reales distintas (tres)

$y = C_1 + C_2e^t + C_2e^{3t}$ Solución homogénea en términos de t

$t = lnx$ Criterio Cauchy Euler

$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^3$ Solución homogénea (y_c)

Solución no homogénea (y_p)

$x^3y''' - x^2y'' = 12x^4$ Ecuación inicial

$y = ax^4$ Ecuación auxiliar

$y' = 4ax^3$ Primera derivada

$y'' = 12ax^2$ Segunda derivada

$y''' = 24ax$ Tercera derivada

$24ax^4 - 12ax^4 = 12x^4$ Reemplazar en ecuación inicial

$a = 1$ Aplicar algebra y obtener variable a

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

CC BY

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

$y_p = x^4$	Solución particular

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^3 + x^4$$



9.- $x^3y''' - 5x^2y'' = 72x^4$ **EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden**

Solución homogénea (y_c)

$x^3y''' - 5x^2y'' = 0$	EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden
$[r(r-1)(r-2) - 5r(r-1)]_y$	Ecuación auxiliar en términos de y
$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = 7$	Raíces reales distintas (tres)
$y = C_1 + C_2e^t + C_2e^{7t}$	Solución homogénea en términos de t
$t = lnx$	Criterio Cauchy Euler
$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^7$	Solución homogénea (y_c)

Solución no homogénea (y_p)

$x^3y''' - 5x^2y'' = 72x^4$	Ecuación inicial
$y = ax^4$	Ecuación auxiliar
$y' = 4ax^3$	Primera derivada
$y'' = 12ax^2$	Segunda derivada
$y''' = 24ax$	Tercera derivada
$24ax^4 - 60ax^4 = 72x^4$	Reemplazar en ecuación inicial
$a = -2$	Aplicar algebra y obtener variable a

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

CC BY

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

$y_p = -2x^4$ Solución particular

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^7 - 2x^4$$



10.- $x^3y''' + 5x^2y'' = 72x^3$ **EDO Cauchy Euler no homogénea tercer orden**

Solución homogénea (y_c)

$x^3y''' + 5x^2y'' = 0$ EDO Cauchy Euler homogénea tercer orden

$[r(r-1)(r-2) + 5r(r-1)]_y$ Ecuación auxiliar en términos de y

$r = 0\,,\ r = 1\,,\ r = -3$ Raíces reales distintas (tres)

$y = C_1 + C_2e^t + C_2e^{-3t}$ Solución homogénea en términos de t

$t = lnx$ Criterio Cauchy Euler

$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^{-3}$ Solución homogénea (y_c)

Solución no homogénea (y_p)

$x^3y''' + 5x^2y'' = 72x^3$ Ecuación inicial

$y = ax^3$ Ecuación auxiliar

$y' = 3ax^2$ Primera derivada

$y'' = 6ax$ Segunda derivada

$y''' = 6a$ Tercera derivada

$6ax^3 + 30ax^3 = 72x^3$ Reemplazar en ecuación inicial

$a = 2$ Aplicar algebra y obtener variable a

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

CC BY

Conexión Científica Revista Internacional

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

$y_p = 2x^3$ Solución particular

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3\frac{1}{x^3} + 2x^3$$



3. CONCLUSIONES

El resultado obtenido para resolver ecuaciones diferenciales Cauchy Euler tercer orden no homogénea aplicando el método de derivadas sucesivas es exactamente igual si se aplica el método tradicional de variación de parámetros, cambio de variable (Cevallos Ayon, E. R., 2025) o los obtenidos por los softwares matemáticos

En forma análoga se puede obtener la solución particular de una ecuación diferencial ordinaria Cauchy Euler no homogénea tercer orden $x^3y''' + x^2y'' + xy' = f(x)$, aplicando derivadas sucesivas.

4. REFERENCIAS

Cevallos Ayón, E. R., y Cevallos Andagoya, N. M. (2025). Solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden aplicando derivadas sucesivas. Conexión Científica, 2(6), CAS-CCRI-Vol.2. N.6. 001.2025. https://sapiensdiscoveries.com/index.php/CCIJ/index

DiPrima, R. C., & Boyce, W. E. (2004). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. https://www.imsc.res.in/~pralay/diprima.pdf

Ferrer, D. D. M. (2018). Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y sus Aplicaciones.

Zill, D. G. (2009). A first course in differential equations with modeling applications (9th ed). Brooks/Cole, Cengage Learning.

Doi: https://doi.org/10.71068/ygnp7p23

ISSN: 3091-1613
Vol. 3 Núm. 6 (2026)

Conflicto de Intereses: Los autores afirman que no existen conflictos de intereses en este estudio y que se han seguido éticamente los procesos establecidos por esta revista. Además, aseguran que este trabajo no ha sido publicado parcial ni totalmente en ninguna otra revista.

© 2025; Los autores. Este es un artículo en acceso abierto, distribuido bajo los términos de una licencia Creative Commons (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0) que permite el uso, distribución y reproducción en cualquier medio, siempre que la obra original sea correctamente citada.