

Artículo de Investigación

Solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de tercer orden aplicando el método lineal ECA

Particular solution of a non-homogeneous third-order Cauchy-Euler ordinary differential equation applying the ECA method

Autores:

Edwin Ramon Cevallos Ayon¹, Nicolle Michelle Cevallos Andagoya²

¹Universidad Estatal de Milagro, Ecuador, ecevallosa@unemi.edu.ec, <https://orcid.org/0000-0002-3337-2009>

²Universidad Estatal de Milagro, Ecuador, ncevallosa3@unemi.edu.ec, <https://orcid.org/0009-0004-3814-5798>

Autor de Correspondencia: Edwin Ramon Cevallos Ayon, ecevallosa@unemi.edu.ec

Reception: 01-February-2025 **Acceptance:** 01-March-2025 **Published:** 03-April-2025

Como citar este artículo:

Cevallos Ayon, E. R., & Cevallos Andagoya, N. M. (2025). Solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de tercer orden aplicando el método lineal ECA. Sapiens International Multidisciplinary Journal, 2(2), 1-18. <https://doi.org/10.71068/0b70wr40>

Resumen

En esta investigación se encontrara la solución particular de una ecuación diferencial de Cauchy Euler ordinaria no homogénea de tercer orden que tiene la forma $x^3 y''' + x^2 y'' = f(x)$ en la que se utilizara el método lineal ECA, el cual consiste en el cambio de la variable y'' , con la finalidad de resolverla como una ecuación diferencial lineal de primer orden, cuyo resultado obtenido lo integramos dos veces en términos de la variable dependiente $y_p = \iint y'' dx$ y así obtener la solución particular que es exactamente igual a la obtenida en forma analítica por cualquier método matemático o la determinada con el uso de un software matemático.

Palabras clave: Cauchy Euler, tercer orden, método lineal, ecuación diferencial lineal, software matemático.

Abstract

In this investigation, the particular solution of a third-order non-homogeneous ordinary Cauchy Euler differential equation will be found, which has the form $x^3 y''' + x^2 y'' = f(x)$ in which the linear ECA method will be used, which consists of changing the variable y'' , in order to solve it as a first-order linear differential equation, the result of which is integrated twice in terms of the dependent variable $y_p = \iint y'' dx$ and thus obtain the particular solution that is exactly the same as that obtained analytically by any mathematical method or that determined using mathematical software.

Keywords: Cauchy-Euler, third order, linear method, linear differential equation, mathematical software.

1. INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) de tipo Cauchy-Euler no homogéneas de tercer orden representan un desafío significativo en el ámbito del análisis matemático, especialmente en lo que respecta a la obtención de soluciones particulares. Tradicionalmente, su resolución se ha abordado mediante métodos como la variación de parámetros, la transformación a ecuaciones con coeficientes constantes (Zill, 2009) o el uso de software matemáticos especializados como Symbolab, Derive, Wolfram o Matlab. Según Alvarado (2024), las ecuaciones diferenciales constituyen un recurso fundamental en múltiples áreas del conocimiento científico y tecnológico.

En este contexto, el presente trabajo propone una alternativa analítica basada en el método lineal ECA, que permite resolver este tipo de ecuaciones de manera más accesible y

didáctica. El análisis se centra en ecuaciones cuya parte homogénea genera raíces reales distintas o repetidas, excluyendo soluciones con raíces complejas (Nagy, 2021). A través de un cambio de variables estratégicamente formulado, el método ECA busca simplificar el procedimiento habitual, evitando el uso intensivo de herramientas como sistemas de ecuaciones, determinantes o integrales indefinidas.

El principal objetivo de esta investigación es demostrar que la solución particular obtenida mediante el método ECA es algebraicamente equivalente a aquella generada por los métodos clásicos, incluidos la variación de parámetros y el cambio a coeficientes constantes (Cevallos Ayón, 2025). La denominación ECA corresponde a las iniciales del autor del método, y su aplicación busca no solo validar su eficacia matemática, sino también facilitar la comprensión y aplicación del procedimiento por parte de estudiantes y docentes, eliminando la necesidad de recurrir a software avanzados.

En síntesis, esta propuesta metodológica busca ofrecer una solución alternativa, eficiente y pedagógicamente accesible para la resolución de EDOs Cauchy-Euler no homogéneas de tercer orden, favoreciendo el desarrollo de habilidades analíticas en el tratamiento de ecuaciones diferenciales.

2. DESARROLLO

En calidad de Docente Universitario durante muchos años he observado el problema que tienen los estudiantes de las carreras de Ciencias de la Ingeniería de la Universidad Estatal de Milagro, al utilizar el método de variación de parámetros recomendados por la totalidad de los autores, para obtener la solución particular de las ecuaciones diferenciales de tercer orden de Cauchy Euler no homogéneas, por la aplicación de sistemas de ecuaciones, matrices, cálculo determinantes, integrales indefinidas, cuyas respuestas se reemplazan en la solución homogénea y recién obtener la solución particular (Cevallos Ayon, E. R., 2025)

La solución de la homogénea asociada y_p de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de tercer orden recomendado por los autores de los libros es que la obtengan utilizando el método de variación de parámetro la misma que pueda expresarse en términos de: potencia de x , senos, cosenos y funciones logarítmicas (Zill, 2009)

Si la ecuación diferencial de Cauchy-Euler es no homogénea, se puede utilizar el método de variación de parámetros para encontrar una solución particular, resolviendo la ecuación homogénea asociada después se encuentra una solución particular aplicando sistemas de ecuaciones, matrices, cálculo de determinantes, integrales indefinidas (DiPrima & Boyce, 2004)

De acuerdo con lo establecido por (Cevallos Ayón, E. R., 2025), se utilizó en el presente artículo un método análogo para encontrar la solución particular de las ecuaciones diferenciales ordinarias de Cauchy Euler no homogénea de tercer orden, descritos en el

artículo publicado por la Revista Social Fronteriza,
<https://www.revistasocialfronteriza.com/ojs/index.php/rev/article/view/657>

La utilización de los método de variación de parámetros y el método lineal ECA, para obtener la solución particular de las ecuaciones diferenciales ordinarias de Cauchy Euler no homogénea de tercer orden, aplicado a un universo de ochenta y nueve alumnos de la carrera de Ingeniería en Biotecnología, cincuenta y siete alumnos de la carrera de Ingeniería Ambiental del tercer semestre de la Universidad Estatal de Milagro UNEMI, en la última parte del año 2024 el cual ya termino el periodo lectivo, dejo como resultados que el noventa y cinco por ciento de los estudiantes utilizaron el método lineal ECA sobre el método de variación de parámetro, cuyas las soluciones homogénea y particular fue confirmada con el uso de software matemáticos.

Metodo / Carrera	Universo	Variación de parámetro		ECA	
		Alumnos	%	Alumnos	%
Biotecnología	89	6	7	83	93
Ambiental	57	2	4	55	96
Total	146	8	5	138	95

3. METODOLOGÍA

Formulación matemática

En este articulo aplicaremos el método lineal ECA, para encontrar la solución particular y_p de una ecuación diferencial ordinaria Cauchy Euler de tercer orden no homogénea de la forma $x^3 y''' + x^2 y'' = f(x)$, en la cual se aplicará el cambio de variables $\theta = y''$, $\theta' = y'''$, y así transformarla en una ecuación diferencial lineal de la forma $\theta' + p(x)\theta = q(x)$ la solución particular se lo obtiene integrado dos veces $\theta = y''$, $y_p = \iint y'' dx$, se adjunta proceso matemático:

$x^3 y''' + x^2 y'' = f(x)$,
tercer orden

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y''' + \frac{y''}{x} = \frac{f(x)}{x^3}$$

División para x^3

$$\theta = y'' \quad \theta' = y'''$$

Cambios de la variable dependiente

$$\theta' - \frac{\theta}{x} = \frac{f(x)}{x^3}$$

Ecuación diferencial lineal

$$p(x) = \frac{1}{x}$$

$$q(x) = \frac{f(x)}{x^3}$$

Variables EDO lineal

$$v = \int p(x) dx$$

Cálculo integral

$$h(x) = e^v$$

Cálculo exponencial

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$y_p = \iint y'' dx$$

Solución particular método ECA

Ejercicios de aplicación

1.- $x^3 y''' - x^2 y'' = 6x^2$
tercer orden

EDO Cauchy Euler no homogénea

Solución homogénea (y_c)

$$x^3 y''' - x^2 y'' = 0$$

EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1)(r-2) - r(r-1)]_y = 0$$

Ecuación auxiliar

$$r = 0 \quad r = 1 \quad r = 3$$

Raíces reales distintas

$$y = C_1 + C_2 e^t + C_3 e^{3t}$$

Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$

Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2 x + C_3 x^3$$

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - **Método variación de parámetros**

$$w = \begin{bmatrix} 1 & x & x^3 \\ 0 & 1 & 3x^2 \\ 0 & 0 & 6x \end{bmatrix} = 6x$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & x & x^3 \\ 0 & 1 & 3x^2 \\ 6/x & 0 & 6x \end{bmatrix} = 12x^2$$

Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x^3 \\ 0 & 0 & 3x^2 \\ 0 & 6/x & 6x \end{bmatrix} = -18x \quad \text{Cálculo determinante } (w_2)$$

$$w_3 = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6/x \end{bmatrix} = 6/x \quad \text{Cálculo determinante } (w_3)$$

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx \quad C_1 = \int 2x dx = x^2 \quad \text{Cálculo integral} \\ (C_1)$$

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx \quad C_2 = \int -3 dx = -3x \quad \text{Cálculo integral} \\ (C_2)$$

$$C_3 = \int \frac{w_3}{w} dx \quad C_3 = \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} \quad \text{Cálculo integral} \\ (C_3)$$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^3 \quad \text{Solución homogénea}$$

$$y_p = x^2 - 3x^2 - x^2 = -3x^2 \quad \text{Solución particular}$$

Solución particular (y_p) - Método ECA

$$x^3y''' - x^2y'' = 6x^2 \quad \text{EDO Cauchy Euler no homogénea} \\ \text{tercer orden}$$

$$y''' - \frac{y''}{x} = \frac{6}{x} \quad \text{División para } x^3$$

$$\theta = y'' \quad \theta' = y''' \quad \text{Cambios de variables}$$

$$\theta' - \frac{\theta}{x} = \frac{6}{x} \quad \text{Ecuación diferencial lineal}$$

$$p(x) = -\frac{1}{x} \quad q(x) = \frac{6}{x} \quad \text{Variables EDO lineal}$$

$$v = -\int \frac{1}{x} dx = -\ln x \quad \text{Cálculo integral } (v)$$

$$h(x) = e^{-\ln x} = \frac{1}{x} \quad \text{Cálculo exponencial } h(x)$$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$\frac{1}{x} \cdot y'' = \int \frac{1}{x} \cdot \frac{6}{x} dx$$

Reemplazo de variables

$$\frac{1}{x} \cdot y'' = \int \frac{6}{x^2} dx$$

Cálculo integral $\frac{1}{x} \cdot y''$

$$\frac{y''}{x} = -\frac{6}{x} \quad y'' = -6$$

Solución lineal

$$y_p = \iint y'' dx$$

Integral de solución lineal

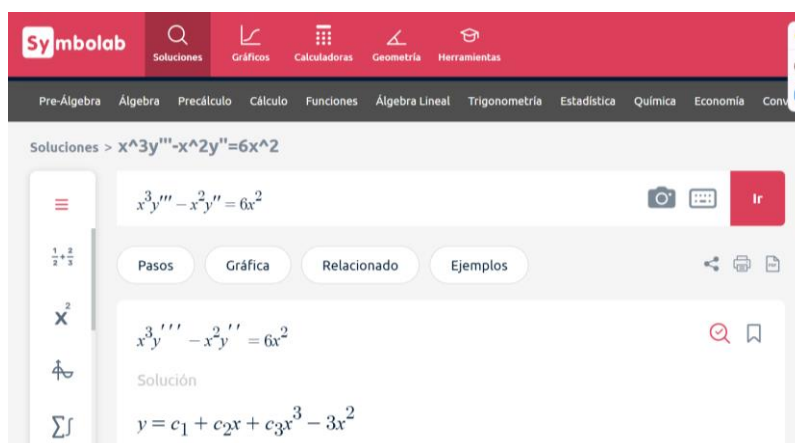
$$y_p = \int -6 dx = -6x$$

Primera integral

$$y_p = \int -6x dx = -3x^2$$

Segunda integral - Solución particular

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)



2.- $x^3 y''' - 2x^2 y'' = 12x^3$
tercer orden

EDO Cauchy Euler no homogénea

Solución homogénea (y_c)

$$x^3 y''' - 2x^2 y'' = 0$$

EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1)(r-2) - 2r(r-1)]_y = 0$$

Ecuación auxiliar

$$r = 0 \quad r = 1 \quad r = 4$$

Raíces reales distintas

$$y = C_1 + C_2 e^t + C_3 e^{4t}$$

Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$

Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^4$$

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - Método variación de parámetros

$$w = \begin{bmatrix} 1 & x & x^4 \\ 0 & 1 & 4x^3 \\ 0 & 0 & 12x^2 \end{bmatrix} = 12x^2$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & x & x^4 \\ 0 & 1 & 4x^3 \\ 12 & 0 & 12x^2 \end{bmatrix} = 36x^4$$

Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x^4 \\ 0 & 0 & 4x^3 \\ 0 & 12 & 12x^2 \end{bmatrix} = -48x^3$$

Cálculo determinante (w_2)

$$w_3 = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 12 \end{bmatrix} = 12$$

Cálculo determinante (w_3)

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx$$

(C_1)

$$C_1 = \int 3x^2 dx = x^3$$

Cálculo integral

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx$$

(C_2)

$$C_2 = \int -4x dx = -2x^2$$

Cálculo integral

$$C_3 = \int \frac{w_3}{w} dx$$

(C_3)

$$C_3 = \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$$

Cálculo integral

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^4$$

Solución homogénea

$$y_p = x^3 - 2x^3 - x^3 = -2x^3$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método ECA

$x^3 y''' - 2x^2 y'' = 12x^3$
tercer orden

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y''' - \frac{2y''}{x} = 12$$

División para x^3

$$\theta = y'' \quad \theta' = y'''$$

Cambios de variables

$$\theta' - \frac{2\theta}{x} = 12$$

Ecuación diferencial lineal

$$p(x) = -\frac{2}{x} \quad q(x) = 12$$

Variables EDO lineal

$$v = -\int \frac{2}{x} dx = -2\ln x$$

Cálculo integral (v)

$$h(x) = e^{-2\ln x} = \frac{1}{x^2}$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$\frac{1}{x^2} \cdot y'' = \int \frac{1}{x^2} \cdot 12 dx$$

Reemplazo de variables

$$\frac{1}{x^2} \cdot y'' = \int \frac{12}{x^2} dx$$

Cálculo integral $\frac{1}{x} \cdot y''$

$$\frac{y''}{x^2} = -\frac{12}{x} \quad y'' = -12x$$

Solución lineal

$$y_p = \iint y'' dx$$

Integral de solución lineal

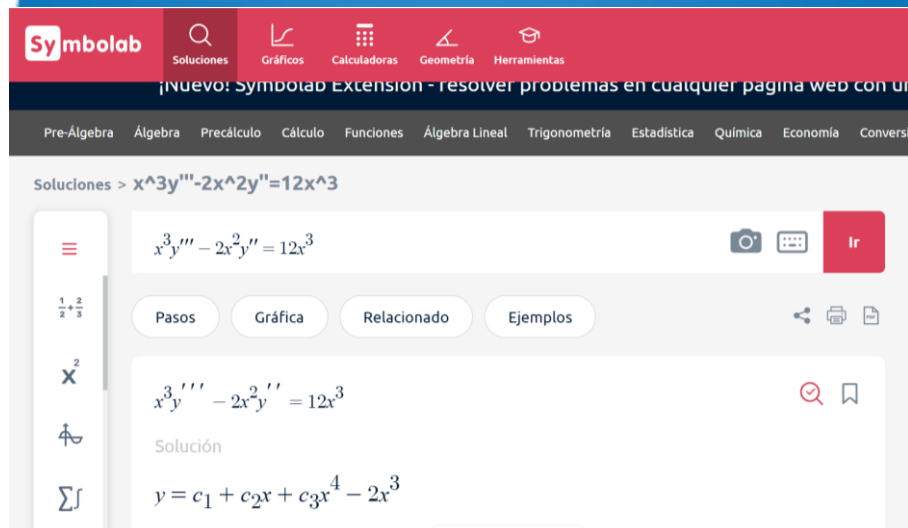
$$y_p = \int -12x dx = -6x^2$$

Primera integral

$$y_p = \int -6x^2 dx = -2x^3$$

Segunda integral - Solución particular

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)



3.- $x^3 y''' - 4x^2 y'' = 16x^2$
tercer orden

EDO Cauchy Euler no homogénea

Solución homogénea (y_c)

$$x^3 y''' - 4x^2 y'' = 0$$

EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1)(r-2) - 4r(r-1)]_y = 0$$

Ecuación auxiliar

$$r = 0 \quad r = 1 \quad r = 6$$

Raíces reales distintas

$$y = C_1 + C_2 e^t + C_3 e^{6t}$$

Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$

Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2 x + C_3 x^6$$

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - **Método variación de parámetros**

$$w = \begin{vmatrix} 1 & x & x^6 \\ 0 & 1 & 6x^5 \\ 0 & 0 & 30x^4 \end{vmatrix} = 30x^4$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{vmatrix} 0 & x & x^6 \\ 0 & 1 & 6x^5 \\ 16/x & 0 & 30x^4 \end{vmatrix} = 80x^5$$

Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x^6 \\ 0 & 0 & 6x^5 \\ 0 & 16/x & 30x^4 \end{bmatrix} = -96x^4$$

Cálculo determinante (w_2)

$$w_3 = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 16/x \end{bmatrix} = 16/x$$

Cálculo determinante (w_3)

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx \quad C_1 = \int \frac{8x}{3} dx = \frac{4x^2}{3}$$

(C_1)

Cálculo integral

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx \quad C_2 = \int -\frac{16}{5} dx = -\frac{16x}{5}$$

(C_2)

Cálculo integral

$$C_3 = \int \frac{w_3}{w} dx \quad C_3 = \int \frac{8}{15x^5} dx = -\frac{2}{15x^4}$$

(C_3)

Cálculo integral

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3x^4$$

Solución homogénea

$$y_p = \frac{4x^2}{3} - \frac{16x^2}{5} - \frac{2x^2}{15} = -2x^2$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método ECA

$$x^3y''' - 4x^2y'' = 16x^2$$

tercer orden

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y''' - \frac{4y''}{x} = \frac{16}{x}$$

División para x^3

$$\theta = y'' \quad \theta' = y'''$$

Cambios de variables

$$\theta' - \frac{4\theta}{x} = \frac{16}{x}$$

Ecuación diferencial lineal

$$p(x) = -\frac{4}{x} \quad q(x) = \frac{16}{x}$$

Variables EDO lineal

$$v = -\int \frac{4}{x} dx = -4 \ln x$$

Cálculo integral (v)

$$h(x) = e^{-4 \ln x} = \frac{1}{x^4}$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$\frac{1}{x^4} \cdot y'' = \int \frac{1}{x^4} \cdot \frac{16}{x} dx$$

Reemplazo de variables

$$\frac{1}{x^4} \cdot y'' = \int \frac{16}{x^5} dx$$

Cálculo integral $\frac{1}{x^4} \cdot y''$

$$\frac{y''}{x^4} = -\frac{4}{x^4} \quad y'' = -4$$

Solución lineal

$$y_p = \iint y'' dx$$

Integral de solución lineal

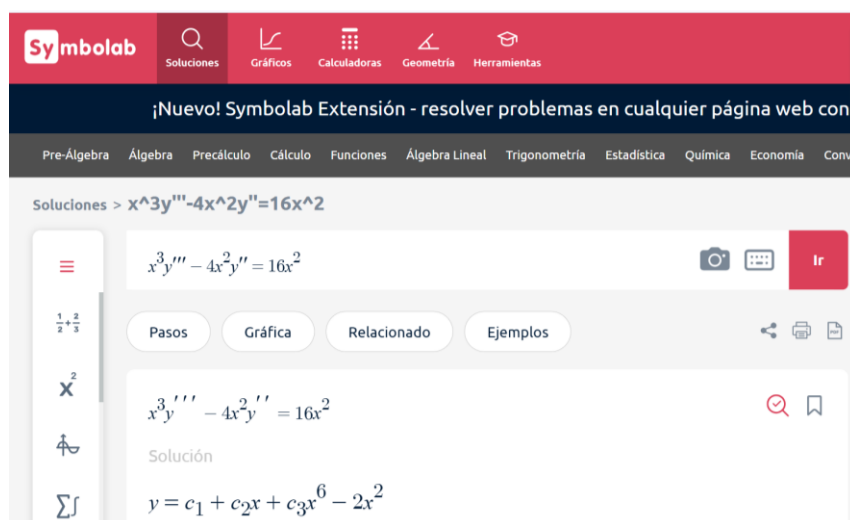
$$y_p = \int -4 dx = -4x$$

Primera integral

$$y_p = \int -4x dx = -2x^2$$

Segunda integral - Solución particular

Solución general software Symbolab $(y_g = y_c + y_p)$



4.- $x^3 y''' + 3x^2 y'' = 60x^4$
tercer orden

EDO Cauchy Euler no homogénea

Solución homogénea (y_c)

$$x^3 y''' + 3x^2 y'' = 0$$

EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1)(r-2) + 3r(r-1)]_y = 0$$

Ecuación auxiliar

$$r = 0 \quad r = 1 \quad r = -1$$

Raíces reales distintas

$$y = C_1 + C_2 e^t + C_3 e^{-t}$$

Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$

Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2 x + C_3 \frac{1}{x}$$

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - Método variación de parámetros

$$w = \begin{bmatrix} 1 & x & 1/x \\ 0 & 1 & -1/x^2 \\ 0 & 0 & 2/x^3 \end{bmatrix} = \frac{2}{x^3}$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & x & 1/x \\ 0 & 1 & -1/x^2 \\ 60x & 0 & 2/x^3 \end{bmatrix} = -120$$

Cálculo determinante (w_1)

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/x \\ 0 & 0 & -1/x^2 \\ 0 & 60x & 2/x^3 \end{bmatrix} = \frac{60}{x}$$

Cálculo determinante (w_2)

$$w_3 = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 60x \end{bmatrix} = 60x$$

Cálculo determinante (w_3)

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx$$

(C_1)

$$C_1 = \int -60x^3 dx = -15x^4$$

Cálculo integral

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx$$

(C_2)

$$C_2 = \int 30x^2 dx = 10x^3$$

Cálculo integral

$$C_3 = \int \frac{w_3}{w} dx$$

$$C_3 = \int 30x^4 dx = 6x^5$$

Cálculo

integral

(C_3)

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3 \frac{1}{x}$$

Solución homogénea

$$y_p = -15x^4 + 10x^4 + 6x^4 = x^4$$

Solución particular

Solución particular (y_p) - Método ECA

$$x^3 y''' + 3x^2 y'' = 60x^4$$

tercer orden

EDO Cauchy Euler no homogénea

$$y''' + \frac{3y''}{x} = 60x$$

División para x^3

$$\theta = y'' \quad \theta' = y'''$$

Cambios de variables

$$\theta' + \frac{3\theta}{x} = 60x$$

Ecuación diferencial lineal

$$p(x) = \frac{3}{x}$$

$$q(x) = 60x$$

Variables EDO lineal

$$v = \int \frac{3}{x} dx = 3 \ln x$$

Cálculo integral (v)

$$h(x) = e^{3 \ln x} = x^3$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$x^3 \cdot y'' = \int x^3 \cdot 60x dx$$

Reemplazo de variables

$$x^3 \cdot y'' = \int 60x^4 dx$$

Cálculo integral $x^3 \cdot y''$

$$x^3 \cdot y'' = 12x^5$$

$$y'' = 12x^2$$

Solución lineal

$$y_p = \iint y'' dx$$

Integral de solución lineal

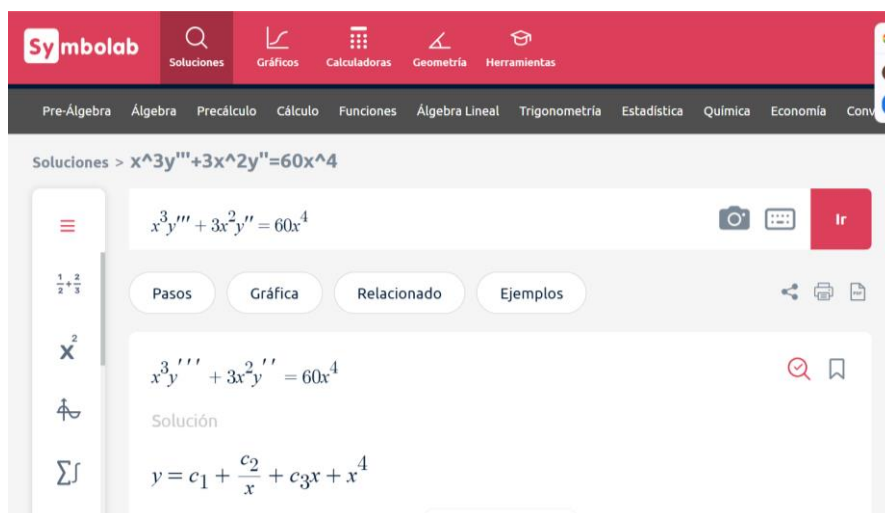
$$y_p = \int 12x^2 dx = 4x^3$$

Primera integral

$$y_p = \int 4x^3 dx = x^4$$

Segunda integral - Solución particular

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)



5.- $x^3 y''' + 3x^2 y'' = 24x^3$
tercer orden

EDO Cauchy Euler no homogénea

Solución homogénea (y_c)

$$x^3 y''' + 3x^2 y'' = 0$$

EDO Cauchy Euler homogénea

$$[r(r-1)(r-2) + 3r(r-1)]y = 0$$

Ecuación auxiliar

$$r = 0 \quad r = 1 \quad r = -1$$

Raíces reales distintas

$$y = C_1 + C_2 e^t + C_3 e^{-t}$$

Solución homogénea en términos de t

$$t = \ln x$$

Criterio Cauchy Euler

$$y_c = C_1 + C_2 x + C_3 \frac{1}{x}$$

Solución homogénea

Solución particular (y_p) - Método variación de parámetros

$$w = \begin{bmatrix} 1 & x & 1/x \\ 0 & 1 & -1/x^2 \\ 0 & 0 & 2/x^3 \end{bmatrix} = \frac{2}{x^3}$$

Cálculo determinante (w)

$$w_1 = \begin{bmatrix} 0 & x & 1/x \\ 0 & 1 & -1/x^2 \\ 24 & 0 & 2/x^3 \end{bmatrix} = -\frac{48}{x} \quad \text{Cálculo determinante } (w_1)$$

$$w_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/x \\ 0 & 0 & -1/x^2 \\ 0 & 24 & 2/x^3 \end{bmatrix} = \frac{24}{x^2} \quad \text{Cálculo determinante } (w_2)$$

$$w_3 = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 24 \end{bmatrix} = 24 \quad \text{Cálculo determinante } (w_3)$$

$$C_1 = \int \frac{w_1}{w} dx \quad C_1 = \int -24x^2 dx = -8x^3 \quad \text{Cálculo} \quad \text{integral} \\ (C_1)$$

$$C_2 = \int \frac{w_2}{w} dx \quad C_2 = \int 12x dx = 6x^2 \quad \text{Cálculo} \quad \text{integral} \\ (C_2)$$

$$C_3 = \int \frac{w_3}{w} dx \quad C_3 = \int 12x^3 dx = 3x^4 \quad \text{Cálculo} \quad \text{integral} \\ (C_3)$$

$$y_c = C_1 + C_2x + C_3 \frac{1}{x} \quad \text{Solución homogénea}$$

$$y_p = -8x^3 + 6x^3 + 3x^3 = x^3 \quad \text{Solución particular}$$

Solución particular (y_p) - Método ECA

$$x^3 y''' + 3x^2 y'' = 24x^3 \quad \text{EDO Cauchy Euler no homogénea} \\ \text{tercer orden}$$

$$y''' + \frac{3y''}{x} = 24 \quad \text{División para } x^3$$

$$\theta = y'' \quad \theta' = y''' \quad \text{Cambios de variables}$$

$$\theta' + \frac{3\theta}{x} = 24 \quad \text{Ecuación diferencial lineal}$$

$$p(x) = \frac{3}{x}$$

$$q(x) = 24$$

Variables EDO lineal

$$v = \int \frac{3}{x} dx = 3 \ln x$$

Cálculo integral (v)

$$h(x) = e^{3 \ln x} = x^3$$

Cálculo exponencial $h(x)$

$$h(x) \cdot \theta = \int h(x) \cdot q(x) dx$$

Fórmula general solución EDO lineal

$$x^3 \cdot y'' = \int x^3 \cdot 24 dx$$

Reemplazo de variables

$$x^3 \cdot y'' = \int 24x^3 dx$$

Cálculo integral $x^3 \cdot y''$

$$x^3 \cdot y'' = 6x^4 \quad y'' = 6x$$

Solución lineal

$$y_p = \iint y'' dx$$

Integral de solución lineal

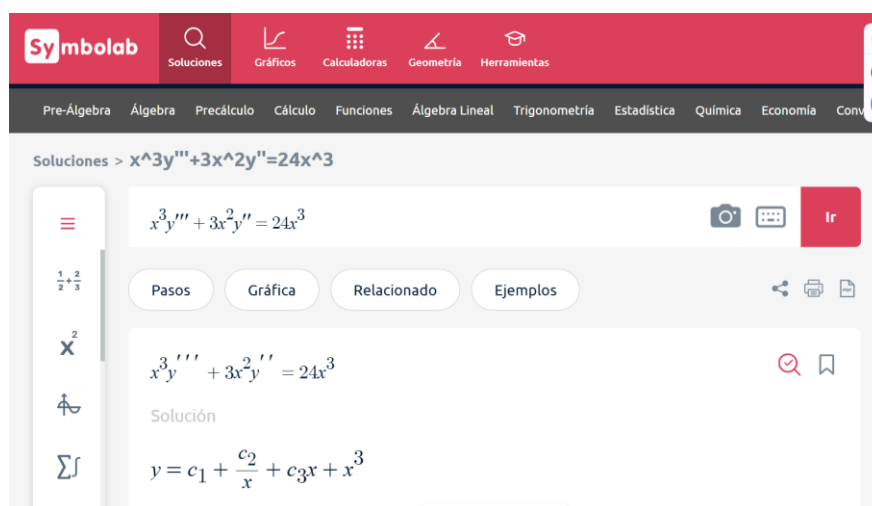
$$y_p = \int 6x dx = 3x^2$$

Primera integral

$$y_p = \int 3x^2 dx = x^3$$

Segunda integral - Solución particular

Solución general software Symbolab ($y_g = y_c + y_p$)



Symbolab

Soluciones Gráficos Calculadoras Geometría Herramientas

Pre-Álgebra Álgebra Precálculo Cálculo Funciones Álgebra Lineal Trigonometría Estadística Química Economía Conv

Soluciones > $x^3 y''' + 3x^2 y'' = 24x^3$

$x^3 y''' + 3x^2 y'' = 24x^3$

Pasos Gráfica Relacionado Ejemplos

$x^3 y''' + 3x^2 y'' = 24x^3$

Solución

$y = c_1 + \frac{c_2}{x} + c_3 x + x^3$

4. CONCLUSIONES

La investigación cuantitativa realizada a los ciento cuarenta y seis estudiantes de las carreras de Ingeniería en Biotecnología y Ambiental de la Universidad Estatal de Milagro UNEMI, determino que el noventa y cinco por ciento de los

alumnos, utilizaron el método lineal ECA sobre cualquier otro método de solución porque lo consideraron sencillo, práctico y seguro, para obtener la solución particular las ecuaciones diferenciales ordinaria de Cauchy Euler tercer orden no homogénea.

Los resultados obtenidos para resolver ecuaciones diferenciales Cauchy Euler tercer orden no homogénea aplicando el método lineal ECA es exactamente igual si se aplica el método de variación de parámetros u otro método, incluso se lo puede comparar las soluciones analíticas con las que presentan los softwares matemáticos.

En forma análoga se puede obtener la solución particular de una ecuación diferencial ordinaria Cauchy Euler no homogénea segundo orden $x^2 y'' + xy' = f(x)$, aplicando cambio de variables $\theta = y'$, para resolverla en forma de una EDO lineal de la forma $\theta' + p(x)\theta = q(x)$, el resultado de la solución particular será la integral $y_p = \int y' dx$, descritos en el artículo publicado por la Revista Social Fronteriza, que pertenecen al autor.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alvarado Bastidas, E. A. (2024). Exploración de técnicas de modelado en sistemas dinámicos mediante ecuaciones diferenciales. *Sapiens in Higher Education*, 1(1), 28-38. https://revistasapiensec.com/index.php/Sapiens_in_Higher_Education/article/view/70
- Cevallos Ayón, E. R. (2025). Solución particular de una ecuación diferencial ordinaria de Cauchy Euler no homogénea de segundo orden aplicando el método ECA. [https://doi.org/10.59814/resofro.2025.5\(2\)657](https://doi.org/10.59814/resofro.2025.5(2)657)
- DiPrima, R. C., & Boyce, W. E. (2004). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. <https://www.imsc.res.in/~pralay/diprima.pdf>
- Nagy, G. (2021). Ordinary Differential Equations. <https://archive.org/details/g-nagy.-ordinary-differential-equations>
- Zill, D. G. (2009). A first course in differential equations with modeling applications (9th ed). Brooks/Cole, Cengage Learning. <https://cutbertblog.wordpress.com/wp-content/uploads/2019/01/zill-d.g.-ecuaciones-diferenciales-con-aplicaciones-de-modelado-cengage-learning-2009.pdf>

Conflicto de Intereses: Los autores afirman que no existen conflictos de intereses en este estudio y que se han seguido éticamente los procesos establecidos por esta revista. Además, aseguran que este trabajo no ha sido publicado parcial ni totalmente en ninguna otra revista.